

教養の微分 (5回目) の解答

問題 5-1 の解答

(1) について.

$$(x^5 + 3x^3)' = (x^5)' + 3(x^3)' = 5x^4 + 9x^2.$$

(2) について.

$$\left(\frac{1+2x^2}{x^2}\right)' = \left(\frac{1}{x^2} + 2\right)' = -\frac{2}{x^3}.$$

問題 5-2 の解答

(1) について.

$$f'(x) = (x+1)' \cdot \sqrt{x} + (x+1) \cdot (\sqrt{x})' = 1 \cdot \sqrt{x} + (x+1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3x+1}{2\sqrt{x}}.$$

(2) について.

$$f'(x) = \frac{(1)' \cdot (x^3+2x) - 1 \cdot (x^3+2x)'}{(x^3+2x)^2} = \frac{0 \cdot (x^3+2x) - 1 \cdot (3x^2+2)}{(x^3+2x)^2} = \frac{-3x^2-2}{(x^3+2x)^2}.$$

問題 5-3 の解答

(1) について.

$$f'(x) = 5(x^2+1)^4 \cdot (x^2+1)' = 10x(x^2+1)^4.$$

(2) について.

$$f'(x) = 3 \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)' = 3 \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{(x+1)^2}\right) = \frac{3x^2}{(x+1)^4}.$$

問題 5-4 の解答

次のように変形する.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{af(x^2) - xf(a^2)}{x-a} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{a(f(x^2) - f(a^2)) - (x-a)f(a^2)}{x-a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{a(f(x^2) - f(a^2))}{x-a} - f(a^2) \right\}. \end{aligned}$$

$g(x) = f(x^2)$ と置くと,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{af(x^2) - xf(a^2)}{x-a} = ag'(a) - f(a^2).$$

$$g'(x) = 2xf'(x^2) \text{ ㄹ ㄹ,}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a(x^2) - xf(a^2)}{x - a} = 2a^2f'(a^2) - f(a^2).$$