線形代数 (第１回) の解答

問題 1-1 の解答

(1) 3×6 型　(2) 2　(3) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$　(4) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

問題 1-2 の解答

(1) $2, -1$　(2) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$　(3) (b) と (d)　(4) (d)

問題 1-3 の解答

A の成分をすべて書くと

$$\begin{aligned}
&a_{11} = 1 \times \delta_{1,1} = 1, && a_{12} = 1 \times \delta_{1,2} = 0, && a_{13} = 1 \times \delta_{1,3} = 0, \\
&a_{21} = 2 \times \delta_{2,1} = 0, && a_{22} = 2 \times \delta_{2,2} = 2, && a_{23} = 2 \times \delta_{2,3} = 0, \\
&a_{31} = 3 \times \delta_{3,1} = 0, && a_{32} = 3 \times \delta_{3,2} = 0, && a_{33} = 3 \times \delta_{3,3} = 3.
\end{aligned}$$

よって

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

問題 1-4 の解答

A が対称行列になるには, $A = {}^tA$ を満たせばよいので,

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ a^2 & -1 & a^2 \\ -b & -2a+3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a^2 & -b \\ a & -1 & -2a+3 \\ b & a^2 & 1 \end{bmatrix}.$$

よって

$$a = a^2, \qquad a^2 = -2a+3 \qquad b = -b.$$

これを解くと $a = 1,\ b = 0$.