

線形代数 (第2回) の解答

問題 2-1 の解答

$$(1) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-1 \\ 2-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

$$(2) \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

問題 2-2 の解答

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 5 = 2.$$

$$(2) \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + (-1) \cdot 1 = -1.$$

問題 2-3 の解答

(1) は 2×3 型と 2×1 型の行列だから積が定義されない。(2), (3) は積が定義され、それぞれ次のように計算される。

$$(2) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 & 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$(3) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 1 \\ 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$