

線形代数 (第4回) の解答

問題 4-1 の解答

(1) 係数行列は

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

であり, 拡大係数行列は

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 9 & 1 & 1 \end{array} \right].$$

(2) (E1) の行列の方程式は

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 9 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

問題 4-2 の解答

拡大係数行列は

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 6 \end{array} \right]$$

である. これを基本変形していくと

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 6 \end{array} \right] &\rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{array} \right] && \text{第2行に第1行} \times (-1) \text{を足した} \\ &\rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{array} \right] && \text{第2行} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &\rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{array} \right] && \text{第1行に第2行} \times 1 \text{を足した} \\ &\rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{array} \right] && \text{第1行} \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

最後の行列を拡大係数行列とする連立1次方程式は

$$\begin{cases} x & = & 0 \\ y & = & -2 \end{cases}$$

であるので, 与えられた連立1次方程式の解は $x = 0, y = -2$.

問題 4-3 の解答

拡大係数行列を基本変形していくと

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \end{array} \right] &\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{array} \right] && \text{第 3 行に第 1 行} \times 1 \text{ を足した} \\ &\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 \end{array} \right] && \begin{array}{l} \text{第 1 行に第 2 行} \times (-2) \text{ を足した} \\ \text{第 3 行に第 2 行} \times (-2) \text{ を足した} \end{array} \\ &\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] && \text{第 3 行} \times \left(\frac{1}{6}\right) \\ &\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] && \begin{array}{l} \text{第 1 行に第 3 行} \times (-3) \text{ を足した} \\ \text{第 2 行に第 3 行} \times 2 \text{ を足した} \end{array} \end{aligned}$$

最後の行列を拡大係数行列とする連立 1 次方程式は

$$\begin{cases} x & & = & -2 \\ & y & & = & 2 \\ & & z & = & 1 \end{cases}$$

であるので、与えられた連立 1 次方程式の解は $x = -2, y = 2, z = 1$.