

線形代数 (第5回) の解答

問題 5-1 の解答

第 1 行の主成分は 2, 第 2 行は主成分なし, 第 3 行の主成分は 1.

問題 5-2 の解答

- (1) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 点線が階段状に引けないので階段行列ではない.
- (2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 2 段一気に落ちるので階段行列ではない.
- (3) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ 点線が階段状に引けないので階段行列ではない.
- (4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 1 段ずつの階段になっているので階段行列.
- (5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 1 段ずつの階段になっているので階段行列.
- (6) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 点線が階段状に引けないので階段行列ではない.

問題 5-3 の解答

(1) 行列を簡約化する.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} &\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} && \text{第 1 行} \leftrightarrow \text{第 2 行} \\ &\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} && \text{第 1 行に第 2 行} \times (-2) \text{ を足した} \end{aligned}$$

よって $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ の階数は 2.

(2) 行列を簡約化する.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

第1行 \leftrightarrow 第2行

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

第3行に第1行 $\times (-1)$ を足した

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

第3行に第2行を足した

よって $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ の階数は2.